TS	Devoir surveillé N°1	Mercredi 03/10/18

Nom et Prénom : …….

Exercice 1 : Remorquage d'icebergs (4,5 points)

Le remorquage d'icebergs est un projet qui permettrait de s'approvisionner en eau douce ou bien de préserver les installations offshores d'un risque de collision.

Pour un iceberg tabulaire de 7,00 millions de tonnes, un seul remorqueur avec une force de traction de $1{,}30\times10^{2}$ kN serait nécessaire. La vitesse v de remorquage serait de 1,50 $km.h^{-1}$, soit une durée approximative de transport de 141 jours. On parle de dérive assistée, qui vise à s'adapter aux conditions de « dérive naturelle » du convoi.

Lors de la simulation, un incident technique est envisagé : la rupture du câble d'amarrage entre le remorqueur et l'iceberg.

Données :

Masse du remorqueur : $m_2 = 3{,}20\times10^{3}$ tonnes

Vitesse du remorqueur après la rupture du câble : $v_2 = 36{,}0\ km.h^{-1}$

On suppose la masse du câble d'amarrage négligeable par rapport à celle du remorqueur.

1 tonne = 10^3 kg

1.	Identifier le système étudié lors de la simulation. Préciser le référentiel d'étude.	0,25
2.	Identifier la(es) force(s) qui s'exerce(nt) sur le système et les représenter sur un schéma (schéma n°1).	0,5
3.	Schématiser la situation avant et après la rupture du câble (schéma n°2). Les données nécessaires à l'étude du vecteur quantité de mouvement devront apparaitre.	1
4.	Exprimer le vecteur quantité de mouvement du système avant et après la rupture du câble.	1
5.	En précisant la loi utilisée, exprimer la vitesse v_1 de l'iceberg après la rupture du câble en fonction des autres grandeurs.	1,5
6.	Calculer la vitesse v_1 de l'iceberg en $m.s^{-1}$.	0,25

Exercice 2 – Le plongeon (6,5 points)

Matthieu Rosset est un plongeur français qui a décroché deux médailles d'or aux Championnats d'Europe de 2015 à Rostock. Dans cet exercice, on se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie G du plongeur, de masse m = 65,0 kg, lors de son saut depuis le tremplin 3 m.

Dans tout l'exercice, le mouvement du centre d'inertie du plongeur est étudié dans le repère d'axes (Ox, Oy) représenté sur la figure 1. Le point O est au niveau de la surface de l'eau et l'altitude du centre d'inertie G du plongeur est notée y.
On prendra pour la valeur du champ de pesanteur g = 9,81 m.s^{-2}.

On néglige l'action de l'air (frottements et poussée d'Archimède) sur le plongeur au cours de son mouvement et on admet que lors du saut, les mouvements de rotation du plongeur ne perturbent pas le mouvement de son centre d'inertie G.

On note y_0= 4,00 m l'ordonnée du centre d'inertie du plongeur au début du saut et v_0 = 5,25 m.s^{-1} sa vitesse initiale.
Ses mains touchent l'eau lorsque son centre d'inertie se situe à l'ordonnée y_1 = 0,940 m

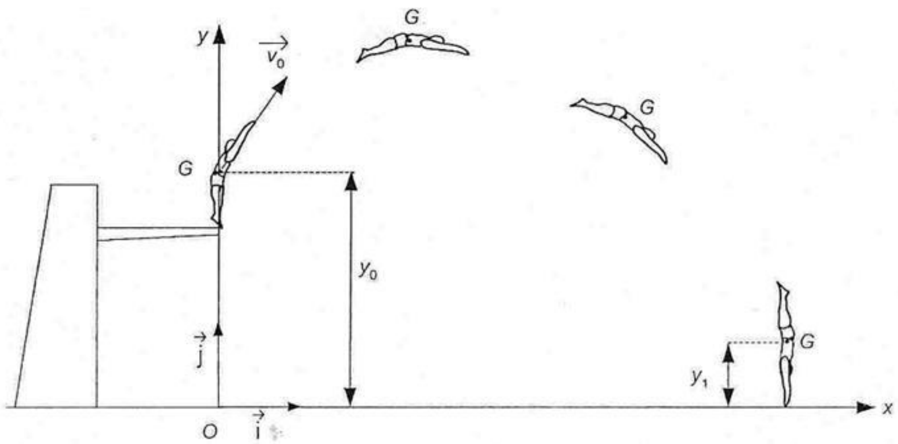


Figure 1

1. Étude expérimentale

On exploite la vidéo du plongeon avec un logiciel de pointage pour obtenir la chronophotographie donnée dans l'annexe.
L'intervalle de temps entre les points est : τ= 100 ms.

1.1. Tracer les vecteurs vitesses $\vec{v}_3$ et $\vec{v}_5$ sur l'annexe en faisant apparaitre toute la démarche sur la copie. **2**
Échelle de représentation des vecteurs vitesse : 1,0 cm → 1,0 m.s^{-1}

1.2. Tracer le vecteur accélération $\vec{a}_4$ en faisant apparaitre sa construction sur l'annexe ainsi toute la démarche sur la copie. **2**
Échelle de représentation du vecteur accélération : 1,0 cm → 2,0 m.s^{-2}

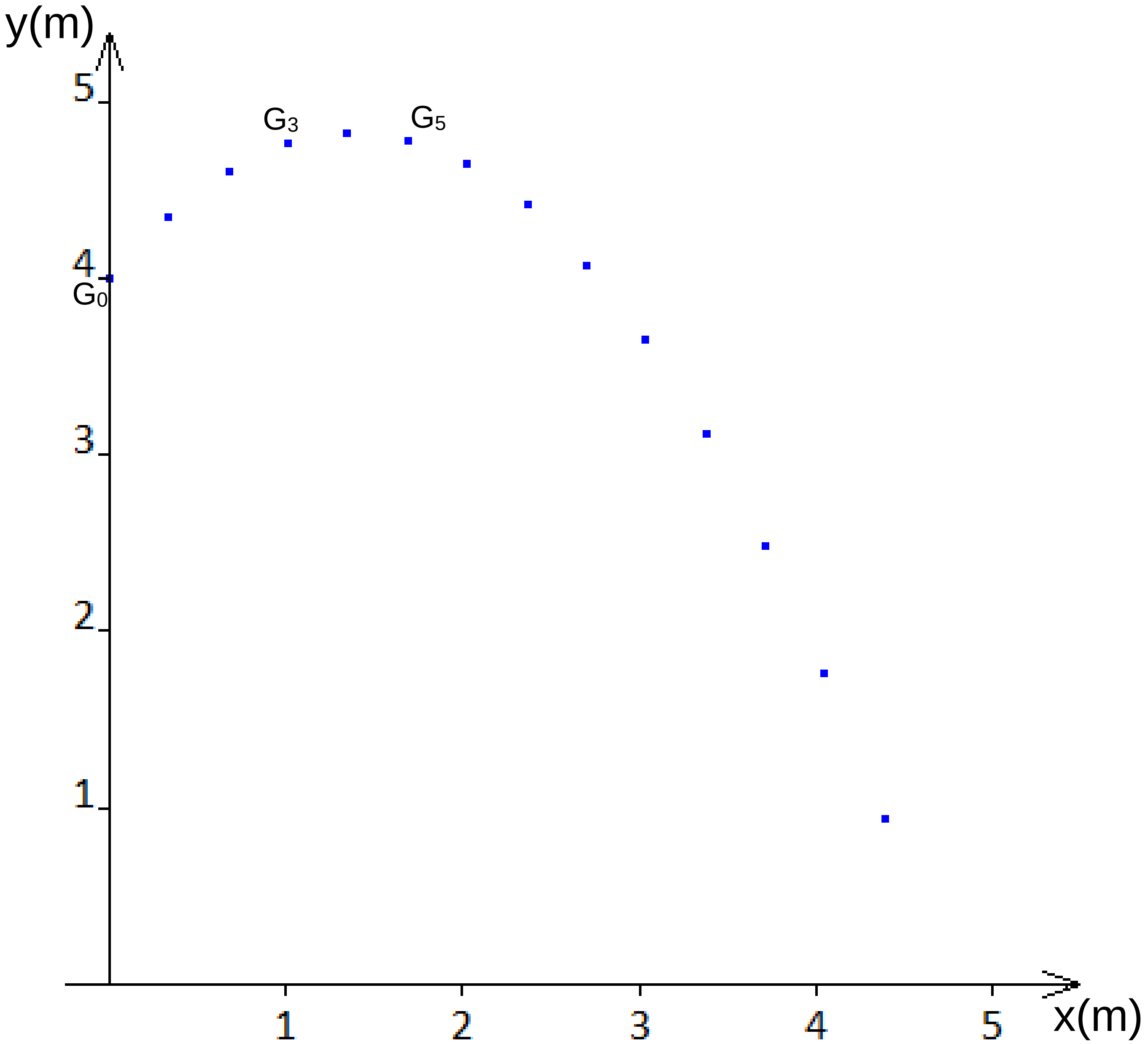
2. Étude théorique

2.1. En précisant le référentiel et le système étudié, exprimer la 2$^{\text{ème}}$ loi de Newton. **1**

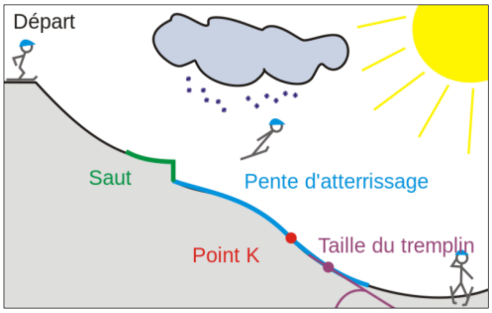
2.2. Déterminer les coordonnées théoriques du vecteur accélération. **0,5**

2.3. Ces coordonnées théoriques sont-elles cohérentes avec le tracé du vecteur accélération $\vec{a}_4$? Justifier. **1**

ANNEXE



Exercice 3 : Saut à ski (9 points)



L'athlète dévale une longue rampe, que l'on appelle piste d'élan, qui lui permet de s'élancer dans les airs à des vitesses allant jusqu'à 81,0 km/h, avec un angle de départ de seulement 11,0° par rapport à l'horizontale. La technique est essentielle au saut à ski puisque les athlètes doivent effectuer un décollage précis et bien synchronisé. Lorsqu'ils sont dans les airs, les sauteurs prennent la position en V aérodynamique, puis ajustent leur position pour maximiser la portance et minimiser la traînée. Les concurrents sont jugés selon la distance, le style et l'atterrissage.

La norvégienne Maren Lundby remporte la médaille d'or lors de la finale de tremplin normal individuel femmes, aux Jeux Olympiques de Pyeong Chang 2018 avec 264,6 points.
Le point K ou point critique est un point caractéristique d'un tremplin de saut à ski. Ce point est situé sur la zone d'atterrissage.

Données :
- intensité de la pesanteur : g = 9,81 m.s^{-2} ;
- masse de la skieuse : m = 62,0 kg ;
- vitesse à la sortie de la rampe : v_0 = 81,0 km.h^{-1}
- angle du vecteur $\overrightarrow{v_0}$ par rapport à l'horizontal : α = 11,0°
- hauteur entre la sortie de la rampe et le point K : h = 44,0 m

1. Schématisation du problème

Tracer un repère orthonormé (*Ox, Oz*) en plaçant son origine à la sortie de la rampe. Représenter, dans ce repère, la situation du saut, sans souci d'échelle.
Les grandeurs suivantes devront apparaitre : le vecteur champ de pesanteur, le vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$, l'angle α,le point K et la hauteur h. 1,5

2. Étude dynamique du mouvement de l'athlète

Dans cette partie, on étudie le mouvement du centre d'inertie G de l'athlète en négligeant les forces de frottement de l'air sur l'athlète ainsi que la poussée d'Archimède.

Les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ du centre d'inertie G de l'athlète sont :

$$\overrightarrow{OG} \quad \begin{cases} x(t) = v_0 \times cos(\alpha) \times t \\ z(t) = -\dfrac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times sin(\alpha) \times t \end{cases}$$

2.1. Établir les coordonnées du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_G}$ du centre d'inertie G de l'athlète. 1,25

2.2. Établir les coordonnées du vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$ du centre d'inertie G de l'athlète. 1,25

2.3. Montrer que l'équation de la trajectoire de l'athlète, dans le plan (xOz), est de la forme : 1

$$z(x) = -\frac{g}{2 \times v_0^2 \times (cos(\alpha))^2} \times x^2 + tan(\alpha) \times x$$

2.4. En supposant que l'athlète atterrisse au point K, déterminer l'abscisse de ce point. Expliciter votre raisonnement. 2

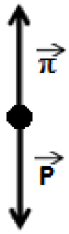
2.5. a/ Déterminer la valeur de la vitesse v_S lorsque l'athlète atteint le sommet de sa trajectoire (altitude maximale). 0,75

b/ En déduire la date t_S à laquelle il se trouve au sommet de sa trajectoire. 0,75

c/ En déduire l'altitude maximale z_S atteinte par l'athlète. 0,5

Correction

Exercice 1

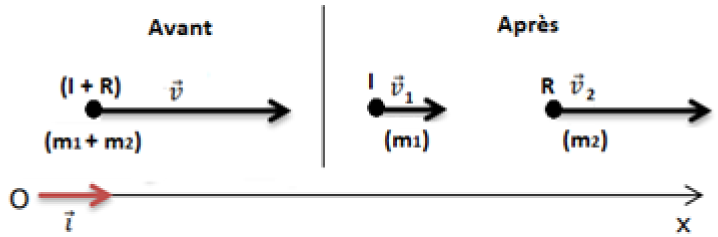


1. Système étudié : {iceberg + remorqueur}

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

2. Les forces s'exerçant sur le système sont le poids $\vec{P}$ (vertical vers le bas) et la poussée d'Archimède (verticale vers le haut) $\vec{\pi}$.

3.



4. Quantité de mouvement du système **avant** la rupture du câble : $\overrightarrow{p_{avant}} = (m_1 + m_2) \times \vec{v}$

Quantité de mouvement du système **après** la rupture du câble : $\overrightarrow{p_{après}} = m_1 \times \overrightarrow{v_1} + m_2 \times \overrightarrow{v_2}$

5. Dans le référentiel terrestre, le système est soumis au poids et à la poussée d'Archimède. Ces forces se compensent $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ (est en mouvement rectiligne uniforme).

Le système est pseudo-isolé, donc d'après la 1ère loi de Newton, il y a donc conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{p}_{avant} = \vec{p}_{après}$$

Soit $(m_1 + m_2) \times \vec{v} = m_1 \times \overrightarrow{v_1} + m_2 \times \overrightarrow{v_2}$

Le mouvement est rectiligne : les vecteurs vitesse $\vec{v}$, $\overrightarrow{v_1}$ et $\overrightarrow{v_2}$ sont colinéaires et de même sens, on écrit donc :

$$(m_1 + m_2) \times v = m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2$$

$$v_1 = \frac{(m_1 + m_2) \times v - m_2 \times v_2}{m_1} = \frac{(7{,}00.10^9 + 3{,}20.10^6) \times 1{,}50/3{,}60 - 3{,}20.10^6 \times 36{,}0/3{,}60}{7{,}00.10^9} = 0{,}412\ m/s$$

Exercice2

1. Étude expérimentale :

1.1. Par définition, au point G_3 : $v_3 = \frac{G_2G_4}{2\tau}$

Sur le document, on mesure la distance G_2G_4 parcourue par le centre d'inertie G.

On obtient G_2G_4 = 2 cm. En tenant compte de l'échelle 2,7 cm pour 1 m, on trouve $G_2G_4 = \frac{2\times 1}{2,7}$ = 0,74 m.

D'où $v_3 = \frac{0,74}{2\times 0,1}$ = 3,7 m/s

En tenant compte de l'échelle 1,0 cm pour 1,0 m.s^{-1} $\overrightarrow{v_3}$ sera représenté par une flèche de longueur 3,7cm.

Par définition, au point G_5 : $v_5 = \frac{G_4G_6}{2\tau}$

Sur le document, on mesure la distance G_4G_6 parcourue par le centre d'inertie G.

On obtient G_4G_6 = 2 cm. En tenant compte de l'échelle 2,7 cm pour 1 m, on trouve $G_4G_6 = \frac{2\times 1}{2,7}$ = 0,74 m.

D'où $v_5 = \frac{0,74}{2\times 0,1}$ = 3,7 m/s

En tenant compte de l'échelle 1,0 cm pour 1,0 m.s^{-1} $\overrightarrow{v_5}$ sera représenté par une flèche de longueur 3,7cm.

1.2. Par définition, au point G_4 : $\vec{a}_4 = \frac{\overrightarrow{\Delta v_4}}{2\tau}$ Comme les vecteurs $\overrightarrow{v_3}$ et $\overrightarrow{v_5}$ ne sont pas colinéaires il faut tracer $\Delta\vec{v}_4 = \overrightarrow{v_5} - \overrightarrow{v_3}$ pour déterminer la valeur de $\Delta\vec{v}_4$.

Sur le document, on mesure la longueur de $\Delta\vec{v}_4$, on trouve 2 cm. En tenant compte de l'échelle 1,0 cm pour 1,0 m.s^{-1} on en déduit Δv_4 = 2 m/s

$$a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\tau} = \frac{2}{2\times 0,1} = 10\ m.s^{-2}$$

En tenant compte de l'échelle 1,0 cm pour 2,0 m.s^{-2}, $\overrightarrow{a_4}$ sera représenté par une flèche de longueur 5 cm.

2. Etude théorique :

2.1. Système étudié : {plongeur}

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan de forces : le poids $\vec{P}$

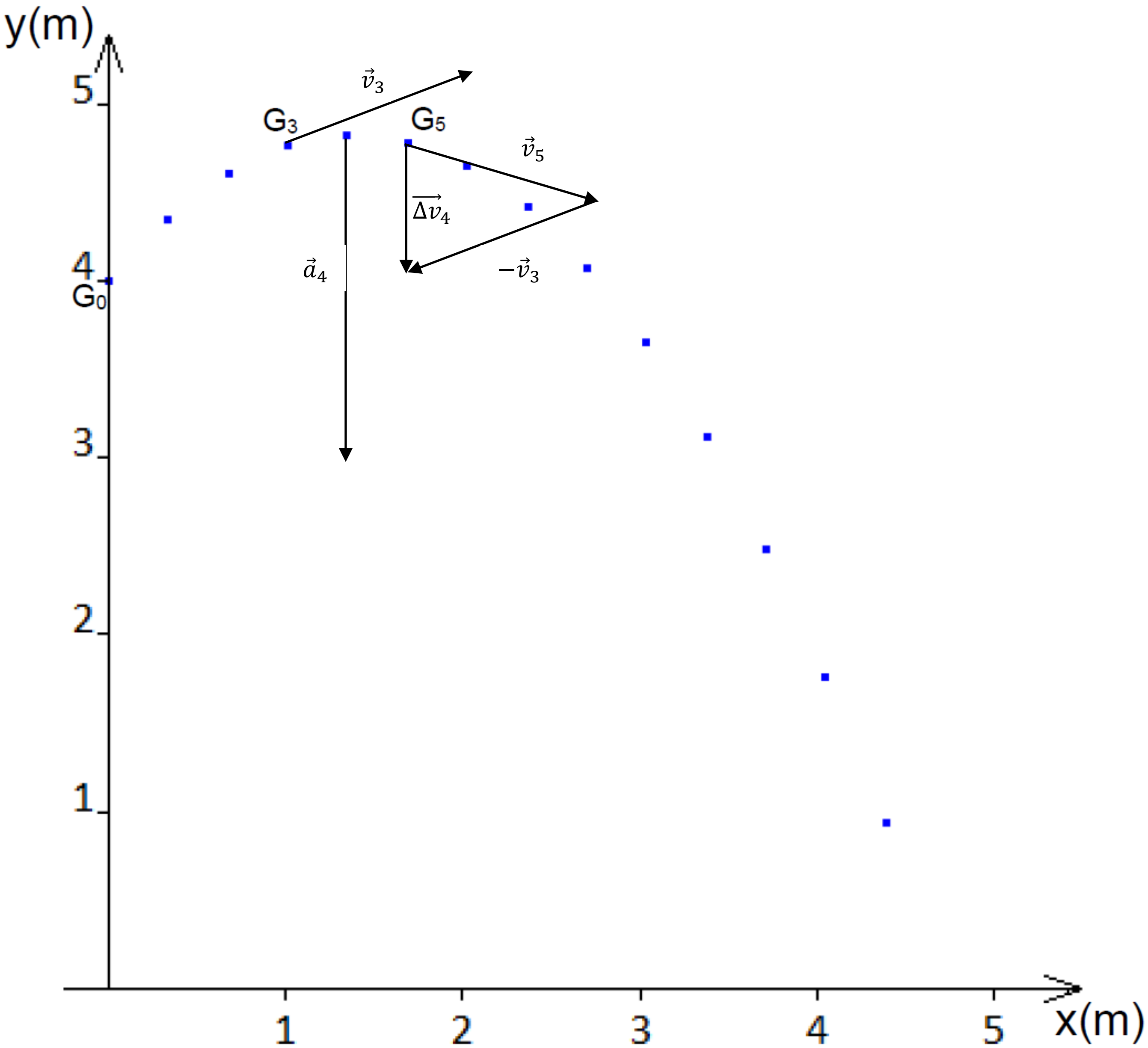
2ème loi de Newton : $\Sigma \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a}$ car la masse du système est constante pendant le mouvement.

2.2. La seule force s'exerçant sur le système étant le poids, on peut écrire : $\vec{P} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a}$ soit $\vec{g} = \vec{a}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g = -9,8\ m.s^{-2}\end{cases}$$

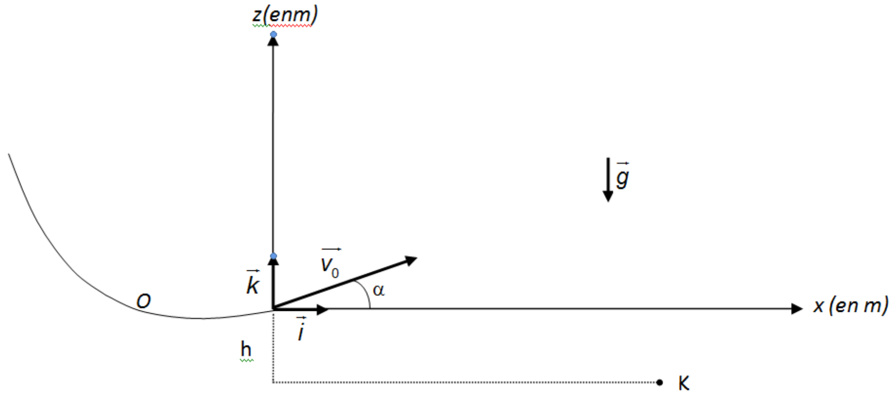
2.3. Les coordonnées théoriques sont en accord avec la 2ème loi de Newton, puisque que le vecteur accélération est vertical orienté vers le bas, et sa valeur est 10 m.s^{-2}



y(m)
x(m)
5
4
3
2
1
1
2
3
4
5
G_0
G_3
G_5
$\vec{v}_3$
$\vec{v}_5$
$\overrightarrow{\Delta v_4}$
$-\vec{v}_3$
$\vec{a}_4$

Exercice 3

1. Schématisation du problème



2. Etude dynamique

2.1. Les équations horaires *x(t)* et *z(t)* sont :

$$\overrightarrow{OG} \quad \begin{cases} x(t) = v_0 \times cos(\alpha) \times t \\ z(t) = -\dfrac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times sin(\alpha) \times t \end{cases}$$

Par définition : $\overrightarrow{v_G} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc $\overrightarrow{v_G} \begin{pmatrix} v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} = v_0.\cos\alpha \\ v_z(t) = \dfrac{dz(t)}{dt} = -g.t + v_0.\sin\alpha \end{pmatrix}$

2.2. Par définition **:** $\overrightarrow{a_G} = \dfrac{d\overrightarrow{v_G}}{dt}$ donc $\overrightarrow{a_G} \begin{pmatrix} a_x = \dfrac{dv_x(t)}{dt} = 0 \\ a_z = \dfrac{dv_z(t)}{dt} = -g \end{pmatrix}$

2.3. Pour obtenir l'équation de la trajectoire *z*(*x*) de l'athlète, on isole le temps *t* de *x*(*t*) et on reporte l'expression de *t* dans *z*(*t*) :

$x = v_0.\cos\alpha.t$ donc $t = \dfrac{x}{v_0.\cos\alpha}$ et $z(x) = -\dfrac{1}{2}g.\left(\dfrac{x}{v_0.\cos\alpha}\right)^2 + v_0.\sin\alpha.\dfrac{x}{v_0.\cos\alpha}$

Finalement, on obtient : $\boxed{z(x) = -\dfrac{g.x^2}{2.v_0^2.(\cos\alpha)^2} + \tan\alpha.x}$

2.4.L'athlète atterrit au point K on a donc : z_K = -h. On remplace z_K par sa valeur dans l'équation de la trajectoire afin de déterminer x(k) :

$$-h = -\frac{g \times x_K^2}{2 \times v_0^2 \times (cos(\alpha))^2} + tan(\alpha) \times x_K$$

On remplace par les valeurs et on trouve l'équation du second degrés suivante :

$$1{,}00.10^{-2} \times x_K^2 - 1{,}94.10^{-1} \times x_K + 44 = 0$$

on trouve deux valeurs : x_{K1} = 76,5 m ou x_{K2} = -57,2 m.

La valeur devant être positive, on déduit : x_K = 76,5 m

2.5. a/ Lorsque l'athlète atteint son altitude maximale, sa vitesse verticale s'annule soit :

$$v_x(t) = v_0 \times \cos(\alpha)$$
$$v_z(t) = 0\ m.s^{-1}$$

$$v_S = \sqrt{v_x^2(t_S) + v_z^2(t_S)} = v_0 \times \cos(\alpha) = \frac{81{,}0}{3{,}60} \times \cos(11{,}0) = 22{,}1\ m.s^{-1}$$

b/ $v_z(t_S) = -g \times t_S + v_0 \times sin(\alpha) = 0$

donc

$$t_S = \frac{v_0 \times sin(\alpha)}{g} \quad soit \quad t_S = 4{,}38 \times 10^{-1} s$$

c/ On remplace t_S dans l'équation horaire z(t) :

$$z_S = -\frac{1}{2} \times g \times {t_S}^2 + v_0 \times sin(\alpha) \times t_S \quad soit \quad z_S = 9{,}41 \times 10^{-1}\ m$$