TS	Devoir surveillé N°2	lundi 18/11/2019

Nom et Prénom :………..

Exercice 1 : L'acide citrique (4 points)

L'acide citrique est une molécule naturellement abondante, que l'on rencontre dans les agrumes ou encore dans les groseilles et le raisin. Elle est utilisée comme additif alimentaire, sous le code E330, ou alors comme anticalcaire en entretien ménager.
Sa formule brute est $C_6H_8O_7$. Le pKa du couple vaut 3,13.

1. Étude de la molécule d'acide citrique

1.1. Rappeler la définition d'un acide et d'une base selon Brönsted. 1

1.2. Ecrire la base conjuguée à l'acide citrique. Justifier à partir de la demi-équation. 0,5

1.3. Donner l'équation de réaction de cet acide avec l'eau. 0,5

2. Étude d'un jus de citron

2.1. *On mesure l'acidité d'un jus de citron jaune frais et on relève la valeur pH = 2,59.*
Calculer la concentration molaire effective en ion oxonium du jus de citron. 0,5

2.2. Par analyse chimique, on mesure la concentration molaire effective en acide citrique dans le jus de citron soit :
$[C_6H_8O_7]_f = 0{,}28$ mol.L^{-1}. 0,5
En déduire, en justifiant, si l'acide citrique est un acide fort ou un acide faible.

2.3. Représenter le diagramme de prédominance du couple et en déduire l'espèce prédominante dans la solution S. 1

Exercice 2 : L'oscilloscope (7,25 points)

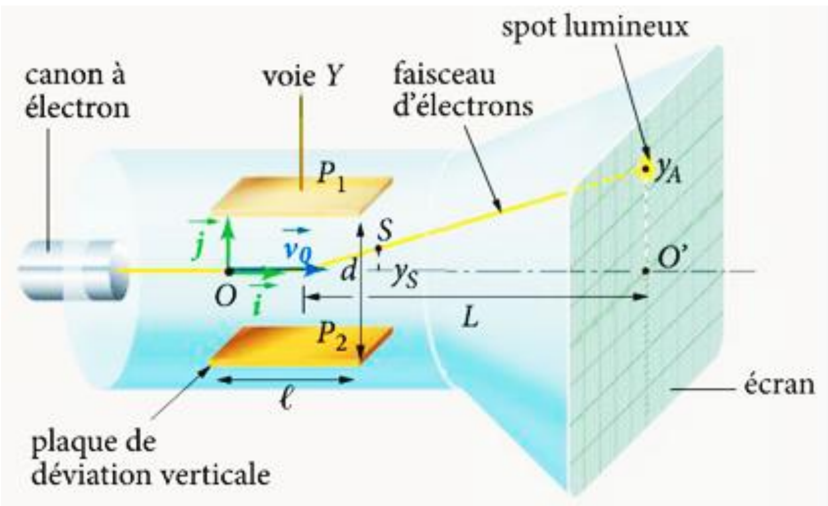
Un oscilloscope permet de mesurer la tension électrique U grâce à la déviation d'un faisceau d'électrons. Quel est le principe de cette mesure ?

Principe de l'oscilloscope

Le tube électronique est une enceinte où règne un vide poussé. Les électrons, accélérés dans un canon à électrons, pénètrent en O avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ de direction horizontale entre les deux plaques horizontales P_1 et P_2 d'un condensateur plan.
On impose entre les deux plaques une tension U qui dévie le faisceau d'électrons vers le haut. Les électrons sortent du condensateur au point S. Après le point S, les électrons ont un mouvement que l'on peut considérer comme rectiligne uniforme. Ils frappent l'écran au point A en formant un spot lumineux.

Données :
Charge élémentaire : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C
Masse de l'électron : $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg
Vitesse initiale : $v_0 = 2{,}5.10^{7}$ m.s^{-1}
Longueur des plaques : $\ell = 5{,}0$ cm
Distance entre les plaques : d = 4,0 cm
Distance à l'écran : L = 7,0 cm

Dans cet exercice, on ne tiendra pas compte du poids de l'électron.



1. On suppose que le champ $\vec{E}$ est uniforme entre les plaques P_1 et P_2.

1.1. Déterminer la direction et le sens de la force électrique $\vec{F_e}$ et du champ $\vec{E}$ entre les plaques. Justifier. 1,5

1.2. Déterminer l'expression littérale de l'accélération $\vec{a}$ en fonction de e, $\vec{E}$ et m_e. 1

1.3. Déterminer les coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération. En déduire sa direction et son sens. 1

2. Trajectoire des électrons

2.1. Après avoir déterminé les équations horaires de vitesse et de position, montrer que l'équation de la trajectoire des électrons entre les plaques P_1 et P_2 est :

$$y(x) = \frac{e \times E}{2 \times m_e \times v_0^2} \times x^2$$ 2,5

2.2. Quelle est la nature de la trajectoire ? 0,25

2.3. Déterminer l'expression de la déviation y_S en fonction de e, m_e, U, d (distance entre les plaques) et ℓ (longueur des plaques). Vérifier que $y_S = k \times U$. 1

Exercice 3 : Performance d'une athlète (3,5 points)

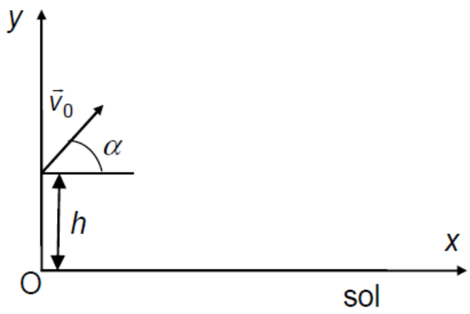
Originaire d'anciennes pratiques celtes, le lancer du marteau est une discipline de l'athlétisme qui consiste à lancer le plus loin possible un boulet auquel est fixé un câble en acier muni d'une poignée.
À cette fin, l'athlète fait d'abord prendre de la vitesse à son marteau en tournant sur elle-même (voir schéma ci-contre) sans sortir d'un cercle de lancement. Le marteau est ensuite lâché avant d'atterrir sur le sol.

D'après le site www.stickeramoi.com

On souhaite étudier le mouvement du boulet après le lâcher du marteau par l'athlète

Données :

- le boulet du marteau est assimilé à un point matériel de masse m = 4,0 kg ;
- on négligera toute action de l'air ;
- intensité de la pesanteur : g = 9,8 m.s^{-2} ;
- vitesse initiale du boulet : v_0 = 26 m.s^{-1} ;
- angle d'envol : α = 45° ;
- hauteur du boulet au moment du lâcher : h = 3,0 m.



Pour cette étude, on associe au référentiel terrestre le repère (Ox, Oy), Oy étant dirigé suivant la verticale ascendante.
On négligera dans cette partie les actions du câble et de la poignée du marteau.
La trajectoire décrite par le boulet dépend de la valeur v_0 de la vitesse du boulet au moment de l'envol, de l'angle d'envol α et de la hauteur h du boulet au moment du lâcher à l'instant initial (t = 0)
(On se réfèrera au schéma ci-contre).

1. Montrer que les équations horaires du mouvement du boulet s'écrivent : 3

$$x(t) = v_0 \times \cos(\alpha) \times t \quad \text{et} \quad y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t + h$$

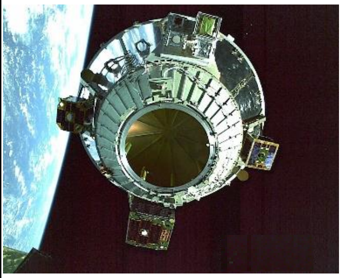
2. Montrer que la trajectoire du boulet s'écrit :

$$y(x) = \frac{-g}{2 \times v_0^2 \times \cos^2(\alpha)} \times x^2 + \tan(\alpha) \times x + h$$ 0,5

Exercice 4 : Étude du mouvement du satellite IBUKI (5,25 points)

Le début de l'année 2009 a marqué le début d'une ère nouvelle dans l'étude du changement climatique, avec le lancement par les japonais du premier satellite du monde consacré à l'observation des gaz de l'atmosphère terrestre qui contribuent au réchauffement climatique. Le satellite appelé IBUKI, ce qui signifie « souffle » en japonais, est équipé de capteurs de haute précision qui peuvent sonder environ 56 000 points sur la planète. L'agence spatiale japonaise a décidé de diffuser gratuitement les données du satellite aux scientifiques du monde entier. Elles seront utilisées notamment pour étudier des modèles du cycle du carbone actuellement utilisés pour tenter non seulement de reconstituer les flux entre les différents réservoirs (sols, air, eau, biosphère) mais aussi pour tenter de reconstituer les flux d'émissions anthropiques.

D'après *http://sciences.blogs.liberation.fr/home/2009/01/le-japon-lance.html*



Le satellite IBUKI

Pour réaliser ces mesures, le satellite IBUKI tourne autour de la Terre suivant une trajectoire circulaire qui passe au-dessus des pôles à l'altitude z = 667 km.
Pour régler les appareils de mesure, il a fallu déterminer la durée entre deux passages successifs du satellite au-dessus de l'un des pôles.

Données :

- rayon de la Terre : $R_T = 6{,}38\times10^3$ km ;
- masse de la Terre : $M_T = 5{,}98\times10^{24}$ kg ;
- masse du satellite IBUKI : $m_S = 1{,}75\times10^3$ kg ;
- constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N.m².kg⁻² ;
- expression de l'intensité de la force d'interaction gravitationnelle F entre deux corps de mase M_A et M_B, de centres A et B, distants de d = AB : $F = G \times \frac{M_A \times M_B}{d^2}$;
- le mouvement du satellite est considéré comme circulaire uniforme ;
- la valeur a de l'accélération d'un satellite, en mouvement circulaire uniforme, de vitesse orbitale v autour d'un astre, sur une orbite de rayon r, a pour expression : $a = \frac{v^2}{r}$.

1. En justifiant la réponse, choisir parmi les schémas ci-dessous, celui qui correspond à un mouvement circulaire accéléré puis celui qui correspond à un mouvement circulaire uniforme. — 1

Sur chaque schéma, les vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ sont représentés en un point de la trajectoire du satellite en vue de dessus.

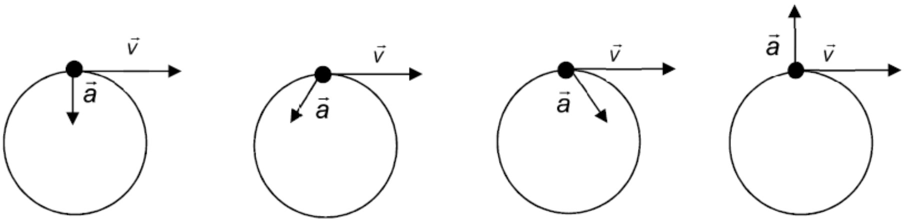


schéma 1 — schéma 2 — schéma 3 — schéma 4

2. Exprimer vectoriellement la force $\vec{F}$ d'interaction gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite IBUKI supposé ponctuel. — 0,5

3. Représenter sans souci d'échelle sur un schéma : la Terre, le satellite IBUKI, les vecteurs unitaires du repère de Frenet et la force $\vec{F}$ d'interaction gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite IBUKI supposé ponctuel. — 0,75

4. En appliquant la deuxième loi de Newton, exprimer la vitesse de rotation du satellite autour de la Terre en fonction de G, R_T, z, et M_T en détaillant les étapes. — 1,75

5. En déduire l'expression de la période de rotation du satellite autour de la Terre en fonction de G, R_T, z, et M_T. — 0,5

6. Énoncer la 3ème loi de Kepler et montrer qu'elle est vérifiée. — 0,75

Correction du DS 5

Exercice 1 : **L'acide citrique (4 points)**

1. Étude de la molécule d'acide citrique

1.1 Un acide, selon la définition de Brönsted, est une espèce chimique capable de céder au moins un proton H^+.

Une base, selon la définition de Brönsted est une espèce chimique capable de capter au moins un proton H^+.

1.2 Le couple mis en jeu est : $C_6H_8O_{7(aq)}$/ $C_6H_7O_7^-{}_{(aq)}$ $\quad C_6H_8O_{7\,(aq)} \rightleftharpoons C_6H_7O_7^-{}_{(aq)} + H^+$

1.3 $C_6H_8O_{7\,(aq)} + H_2O(l) \rightleftharpoons C_6H_7O_7^-{}_{(aq)} + H_3O^+{}_{(aq)}$

2. Étude d'un jus de citron

2.1 $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 2{,}57.10^{-3}$ mol.L^{-1}

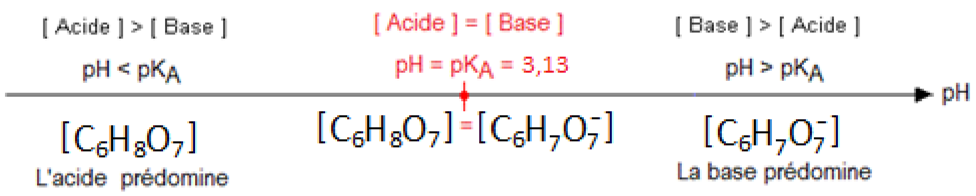
2.2 $[C_6H_8O_7]_f = 0{,}28$ mol/L signifie qu'il reste de l'acide citrique à la fin de la réaction avec l'eau. La réaction entre l'acide citrique et l'eau n'est donc pas totale.

L'acide citrique est un acide faible.

2.3 Diagramme de prédominance :

Lorsque pH > pK_A la forme basique est prédominante

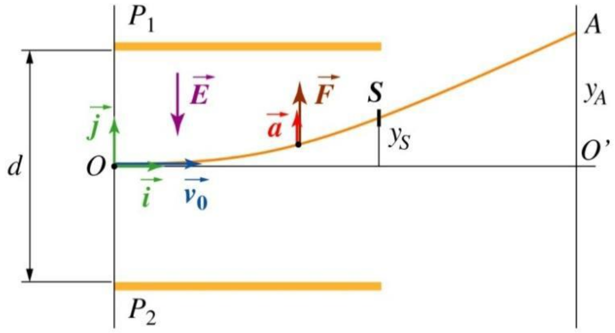
Lorsque pH < pK_A la forme acide est prédominante



A pH = 2,59 l'espèce prédominante est l'acide citrique $C_6H_8O_7$

<u>Exercice 2</u> : L'oscilloscope

1. Le système que l'on étudie est l'électron entre les plaques P_1 et P_2.



1.1 Dans le champ électrique, l'électron est soumis à une force électrique $\vec{F} = -e\vec{E}$ qui les dévie vers P_1 (le haut)
La plaque P_1 est donc positive et la force électrique est verticale, dirigée vers P_1

Le champ électrique est perpendiculaire aux plaques et dirigé de la plaque positive vers la plaque négative.
Donc le champ électrique est donc vertical vers le bas (de P_1 vers P_2)

1.2 Le système que l'on étudie est l'électron entre les plaques P_1 et P_2 dans le référentiel terrestre supposé galiléen

Champ : $\vec{E}(t)\begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = -E \end{pmatrix}$

Condition initiales : $\vec{v_0}(t)\begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OM_0}(t)\begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{pmatrix}$

D'après la deuxième loi de Newton, $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d(\vec{p}(t))}{dt} = \frac{d(m_e \times \vec{v}(t))}{dt}$

La masse du système est constante donc : $\sum \vec{F}_{ext} = m_e \times \frac{d(\vec{v}(t))}{dt} = m_e \times \vec{a}(t)$

l'accélération de l'électron est telle que $\vec{F_e} = m_e \times \vec{a}$, soit : $\vec{a} = -\frac{e \times \vec{E}}{m_e}$

1.3

$$\vec{E}(t)\begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = -E \end{pmatrix} \quad soit \quad \vec{a}(t)\begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \dfrac{e \times E}{m_e} \end{pmatrix}$$

D'après les coordonnées, $\vec{a}$ est vertical vers le haut

2.1 **Voir votre cours pour une rédaction complète.**

Pour établir l'équation de la trajectoire, on établit dans un premier temps les coordonnées du vecteur vitesse de l'électron puis les coordonnées du vecteur position.

On en déduit :

$$\vec{a}(t)\begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \dfrac{e \times E}{m_e} \end{pmatrix} \quad or \quad \vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad soit \quad \vec{v}(t)\begin{pmatrix} v_x = C_1 = v_0 \\ v_y = \dfrac{e \times E}{m_e} \times t + C_2 = \dfrac{e \times E}{m_e} \end{pmatrix}$$

$$Sachant\ que\ \vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \quad soit \quad \overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix} x = v_0 \times t + C_3 = v_0 \times t \\ y = \dfrac{e \times E}{2 \times m_e} \times t^2 + C_4 = \dfrac{e \times E}{2 \times m_e} \times t^2 \end{pmatrix}$$

D'après les équations horaires de position : $t = x/v_0$
on obtient l'équation de la trajectoire de l'électron :

$$y(x) = \frac{e \times E}{2 \times m_e \times v_0^2} \times x^2$$

2.2 Entre O et S, la trajectoire est une courbe d'équation de la forme $y = A\,x^2$ c'est donc une portion de parabole.

2.3 $x_S = \ell$ et $y_S = \dfrac{e \times E \times \ell^2}{2 \times m_e \times v_0^2}$ avec $E = U/d$ donc $y_S = \dfrac{e \times U \times \ell^2}{2 \times m_e \times v_0^2 \times d}$

soit $y_S = k \times U$ avec $k = \dfrac{e \times \ell^2}{2 \times m_e \times v_0^2 \times d}$

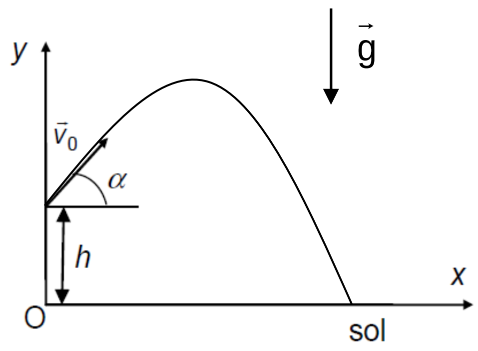
Exercice 3 : Performance d'une athlète

1/ On étudie le système {boulet}, de masse m constante, dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Voir votre cours pour une rédaction complète.

Les actions dues à l'air étant négligées, le boulet n'est soumis qu'à son poids, $\vec{P} = m \times \vec{g}$

La deuxième loi de Newton appliquée au boulet donne :



$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d(\vec{p}(t))}{dt} = \frac{d(m \times \vec{v}(t))}{dt}$$

La masse du système est constante donc :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \times \frac{d(\vec{v}(t))}{dt} = m \times \vec{a}(t)$$

or $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m \times \vec{g}$

donc $\vec{P} = m \times \vec{g} = m \times \vec{a}(t)$

soit $\boldsymbol{\vec{a}(t) = \vec{g}}$

En projection dans le repère $\vec{a}(t)\begin{pmatrix} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \end{pmatrix}$

Condition initiales : $\overrightarrow{v_0}(t)\begin{pmatrix} v_{0x} = +v_0 \times \cos(\alpha) \\ v_{0y} = +v_0 \times \sin(\alpha) \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OM_0}(t)\begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = +h \end{pmatrix}$

On sait que : $\vec{a}(t) = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ donc $\vec{v}(t)\begin{pmatrix} v_x = C_1 = v_0 \times \cos(\alpha) \\ v_y = -g \times t + C_2 = -g \times t + v_0 \times \sin(\alpha) \end{pmatrix}$

$$Sachant\ que\ \vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

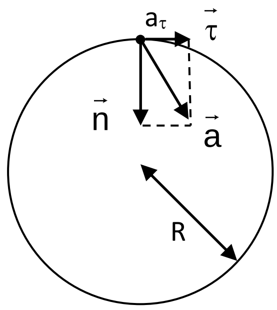
$$soit\ \overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix} x = v_0 \times \cos(\alpha) \times t + C_3 = v_0 \times \cos(\alpha) \times t \\ y = -\frac{g}{2} \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t + C_4 = -\frac{g}{2} \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t + h \end{pmatrix}$$

2/ t = x / (V_0 x cosα) donc l'équation de la trajectoire est : $y = \frac{-gx^2}{2v_0^2\cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha).x + h$

Exercice 4 : Étude du mouvement du satellite IBUKI

1/ Dans le cas d'un mouvement circulaire, le vecteur accélération est centripète (qui tend vers le centre), ainsi on élimine le schéma 4.
Utilisons la base de Frenet pour définir l'accélération dans le cas d'un mouvement circulaire :

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_t} + \overrightarrow{a_n} = \frac{dv}{dt}\vec{t} + \frac{v^2}{r}\vec{n}$$

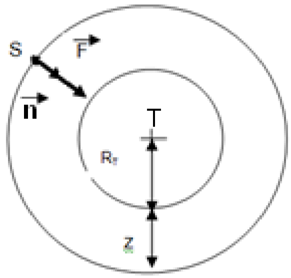


Si le mouvement est accéléré alors $\frac{dv}{dt} > 0$,
ainsi la coordonnée du vecteur accélération suivant le vecteur unitaire $\vec{t}$ est positive et $\vec{a}$ est orienté dans le sens de rotation.
Cette situation correspond au schéma 3.

Pour que le mouvement soit circulaire uniforme, il faut que le vecteur accélération soit radial (porté par le rayon du cercle car $\vec{a_\tau} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$ et centripète. Cette situation est visible
sur le schéma 1.

2/

$$\vec{F} = G \times \frac{M_T \times m_S}{(R_T + z)^2} \times \vec{n}$$



3/$\vec{F}$ force d'interaction gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite IBUKI.
S : satellite
T : Terre

4/ Dans le référentiel géocentrique supposé galiléen,
on applique la 2ème loi de Newton au système {satellite} : $\sum \vec{F}_{ext} = m_S \times \vec{a}(t)$

$$\vec{F} = G \times \frac{M_T \times m_S}{(R_T + z)^2} \times \vec{n} = m_S \times \vec{a}(t)$$

$$\vec{a}(t)\begin{pmatrix} a_t = 0 \\ a_n = G \times \frac{M_T}{(R_T + z)^2} \end{pmatrix}$$

Dans le repère de Frenet, on sait que :

$$\vec{a}(t)\begin{pmatrix} a_t = \frac{dv}{dt} \\ a_n = \frac{v^2}{R_T + z} \end{pmatrix}$$

En égalant les deux expressions de l'accélération, on a : $\frac{v^2}{(z + R_T)} = G.\frac{M_T}{(z + R_T)^2}$

D'où $v^2 = \frac{G.M_T}{(z + R_T)}$ $v = \sqrt{\frac{G.M_T}{(z + R_T)}}$ (1)

5/ Pendant une période T, le satellite parcourt son orbite de longueur $2\pi(z+R_T)$ à la vitesse v,

donc $T = \frac{2\pi.(z + R_T)}{v}$. (2)

Dans l'expression (2), on remplace v par son expression (1), on obtient : $T = \dfrac{2\pi.(z+R_T)}{\sqrt{\dfrac{G.M_T}{(z+R_T)}}}$

$$T^2 = \frac{(2\pi)^2.(z+R_T)^2}{\dfrac{G.M_T}{(z+R_T)}} = \frac{(2\pi)^2.(z+R_T)^3}{G.M_T}$$

finalement on obtient $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(z+R_T)^3}{G.M_T}}$

6/ $3^{ème}$ Loi de Képler : Le carré de la période est proportionnel au cube du demi grand-axe noté a de la trajectoire elliptique.
Le mouvement est circulaire donc $a = R_T + z$
D'où l'expression :

$$\frac{T^2}{(R_T+z)^3} = k = \frac{4\pi^2}{G\times M_T}$$